TRABAJO

Métodos Numéricos
Programa de Ing. Agroindustrial
Prof. Juan Deavila

`Interpolación y Aproximación Polinomial`

1. Sea $P_3(x)$ el polinomio interpolante de Lagrange para los nodos $(0,0)$, $(0.5,y)$, $(1,3)$ y $(2,2)$. El coeficiente de x^3 en $P_3(x)$ es 6. Hallar el valor de y.

2. Sea $f(x)=\sqrt{x-x^2}$ y $P_2(x)$ el polinomio interpolante de Lagrange para los nodos $x_0=0$, $x_1=x_1$, y $x_2=1$. Halar el valor más grande de x_1 en el intervalo abierto $(0,1)$ para el cual $f(0{,}5)-P_2(0{,}5)=-0{,}25$.

3. Sea $f(x)=\sqrt{1+x}$. Usar tres nodos en el intervalo $[0,1]$ para determinar el polinomio de Lagrange que aproxima la función f. Usar un graficador para mostrar la gráfica de la función f y la gráfica del polinomio de Lagrange en el intervalo $[0,5]$. Usar colores diferentes para cada gráfica. (en un mismo plano).

4. Un bebé midió al nacer $47cm$. Al cabo de una semana había crecido 2 centímetros, y a las tres semanas media $52cm$. Hallar un polinomio de interpolación de segundo grado correspondiente a estos datos y estima:

   a) Cuánto medía el bebé cuando tenía dos semanas?.
   b) Cuánto cabe esperar que mida a las cinco semanas?

5. Sean f un polinomio de grado menor o igual que n y P_n el polinomio interpolante (de Lagrange) de f en los $n+1$ nodos distintos $x_0, x_1, ..., x_n$ de un intervalo $[a,b]$. Entonces:

   a) Verificar que $P_n(x)=f(x)$ para todo $x\in[a,b]$.
   b) Demostrar que $P_n(x)=f(x)$ para todo $x\in[a,b]$.

6. Sean $L_0(x), L_1(x), ..., L_n(x)$ los $n+1$ polinomios que forman el polinomio interpolante de Lagrange en los $n+1$ nodos $x_0, x_1, ..., x_n$ de un intervalo $[a,b]$. Entonces:

   a) Verificar que $\sum_{k=0}^{n} L_k(x)=1$ para cualquier $x\in[a,b]$.
   b) Demostrar que $\sum_{k=0}^{n} L_k(x)=1$ para cualquier $x\in[a,b]$.

7. Usando el método de aproximación polinomial de Lagrange se obtiene un único polinomio $P(x)$ que aproxima la función $f(x)=\ln x$ en el intervalo $[1,3]$. Utilizar los nodos $x_0=1$, $x_1=1{,}5$, $x_2=2$, $x_3=2{,}5$ y $x_4=3$ para determinar el valor de $P(2)$.

8. Determinar el polinomio interpolante de Newton que interpola una función cuya gráfica contiene los siguientes puntos $(1,2), (2,3), (3,2)$.

9. Suponga que f es una función continua en el intervalo $[-1,3]$ tal que $f(-1)=1$, $f(2)=-2$ y $f(3)=5$ y considere la base para el espacio vectorial de todos los polinomios de grado menor o igual que dos formada por las funciones $\psi_1(x)=1-2x$, $\psi_2(x)=x^2+1$, $\psi_3(x)=2+x-x^2$. Determinar el polinomio que aproxima la función f en el intervalo $[-1,3]$.

10. La siguiente tabla proporciona la población de Estados Unidos, en millones, a partir del año 1965 hasta el año 2015.

AÑO	1965	1975	1985	1995	2005	2015
POBLACIÓN	150	179	203	227	250	275

    Encuentre el polinomio de Lagrange usando todos los datos de la tabla y utilice este polinomio para **interpolar** la población en el año 1990 y **extrapolar** la población en el año 2018.

11. En un proceso de desalinización usando un equipo de osmosis inversa se han registrado los siguientes datos:

    ¿Cuál es el flujo para una caída de presión de 23 bar usando el polinomio interpolante de Newton?

p (bar)	5	10	15	20	25
Flujo (mL/h)	103	202	287	386	501

`Solución Numérica de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.`

12. Consultar la teoría relacioanda de los métodos de Euler y Euler mejorado. (Mostrar un resumen de los resultados de estós métodos).

13. Dado el siguiente problema de valor inicial

$$y' = y\cos(t), \quad 0 \leq t \leq 1, \quad y(0) = 1$$

    a) Mostrar que este problema tiene única solución.

    b) Determinar la solución exacta (si existe).

    c) Usar el método de **Euler** con $h = 0{,}25$ para determinar una aproximación para el valor de $y(1)$.

    d) Determine el error absoluto de la aproximación dada por el método de Euler en el inciso anterior.

    e) Usar el método de **Euler mejorado** con $h = 0{,}25$ para determinar una aproximación para el valor de $y(1)$.

    f) Determine el error absoluto de la aproximación dada por el método de Euler Mejorado en el inciso anterior.

    g) Comparar y dar la respectiva conclusión respecto a los dos eerores absolutos encontrados.

Nota: Recuerde que este trabajo representa el 30 % de la nota total del segundo corte. los ejercicios 12 y 13 representan el 40 % de la nota de este trabajo. Acordarse que los tres primeros ejercicios ya se sometieron a evaluación.

Éxitos...!!!